

RAZÃO, PROPORÇÃO E REGRA DE TRÊS

RAZÃO

A razão entre dois números a e b , com $b \neq 0$, é o resultado da divisão de a por b . A razão entre a e b também pode ser simbolizada por $a \div b$ ou $a : b$.

PROPORÇÃO

A proporção é uma igualdade entre duas razões. Representa-se a proporção por $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (a está para b assim como c está para d).

REGRA DE TRÊS (SIMPLES E COMPOSTA)

Na **regra de três simples** existem apenas duas grandezas envolvidas e essas grandezas podem ser diretamente (regra de três simples direta) ou inversamente proporcionais (regra de três simples inversa).

Na **regra de três composta**, há mais de duas grandezas envolvidas na situação.

EXERCÍCIOS

1 - (ENEM) Uma empresa de ônibus utiliza um sistema de vendas de passagens que fornece a imagem de todos os assentos do ônibus, diferenciando os assentos já vendidos, por uma cor mais escura, dos assentos ainda disponíveis. A empresa monitora, permanentemente, o número de assentos já vendidos e compara-o com o número total de assentos do ônibus para avaliar a necessidade de alocação de veículos extras. Na imagem tem-se a informação dos assentos já vendidos e dos ainda disponíveis em um determinado instante.



A razão entre o número de assentos já vendidos e o total de assentos desse ônibus, no instante considerado na imagem, é

- A) $16/42$. B) $16/26$. C) $26/42$. D) $42/26$. E) $42/16$

2 - (ENEM) Uma equipe de ambientalistas apresentou um mapa de uma reserva ambiental em que faltava a especificação da escala utilizada para a sua confecção. O problema foi resolvido, pois um dos integrantes da equipe lembrava-se de que a distância real de 72 km, percorrida na reserva, equivale a 3,6 cm no mapa. Qual foi a escala utilizada na confecção do mapa?

- A) 1 : 20 B) 1 : 2000 C) 1 : 20000 D) 1 : 200000 E) 1 : 2000000

3 - (ENEM) Uma escola lançou uma campanha para seus alunos arrecadarem, durante 30 dias, alimentos não perecíveis para doar a uma comunidade carente da região. Vinte alunos aceitaram a tarefa e nos primeiros 10 dias trabalharam 3 horas diárias, arrecadando 120 kg de alimentos por dia. Animados com os resultados, 30 novos alunos somaram-se ao grupo, e passaram a trabalhar 4 horas por dia nos dias seguintes até o término da campanha. Admitindo-se que o ritmo de coleta tenha se mantido constante, a quantidade de alimentos arrecadados ao final do prazo estipulado seria de:

- A) 920 kg. B) 800 kg. C) 720 kg. D) 600 kg. E) 570 kg.

4 - (ENEM) Uma confecção possuía 36 funcionários, alcançando uma produtividade de 5.400 camisetas por dia, com uma jornada de trabalho diária dos funcionários de 6 horas. Entretanto, com o

lançamento da nova coleção e de uma nova campanha de marketing, o número de encomendas cresceu de forma acentuada, aumentando a demanda diária para 21.600 camisetas. Buscando atender essa nova demanda, a empresa aumentou o quadro de funcionários para 96. Ainda assim, a carga horária de trabalho necessita ser ajustada. Qual deve ser a nova jornada de trabalho diária dos funcionários para que a empresa consiga atender a demanda?

A) 1 hora e 30 minutos. B) 2 horas e 15 minutos. C) 9 horas. D) 16 horas. E) 24 horas.

5 - 6 funcionários de uma empresa realizam uma determinada tarefa em 4 horas de trabalho. 10 funcionários, com a mesma capacidade de trabalho dos anteriores, realizariam essa mesma tarefa em:

A) 2 h 40 min. B) 3 h 20 min. C) 3 h 30 min. D) 2 h 24 min. E) 3 h 10 min

ESTATÍSTICA

Estatística é o ramo da matemática que permite, de forma organizada, recolher dados sobre uma população, analisá-los e tirar conclusões. O uso da pesquisa é bastante comum nas várias atividades humanas.

População ou universo estatístico é o conjunto de entes portadores de, pelo menos, uma característica em comum. É a totalidade de pessoas, animais, plantas ou objetos, da qual se podem recolher dados. É um grupo de interesse que se deseja descrever ou acerca do qual se deseja tirar conclusões.

Amostra é um subconjunto da população, que nos permite tirar conclusões da população sem ter a necessidade de entrevistar a todos.

TABELAS

Uma **tabela** resumida ou distribuição de uma variável nos diz quais os valores

assumidos por uma variável e qual a frequência (percentual ou absoluta) com que ela os assume.

Exemplo:

Ano	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Terremotos	15	16	13	15	16	11	11	18	12	17	24	20

Disponível em: <https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/browse/m7-world.php>. Acesso em: 13 ago 2012 (adaptado).

GRÁFICOS

Os **gráficos** constituem um importante instrumento de análise e interpretação de um conjunto de dados. Diariamente é possível encontrar representações gráficas nos mais variados veículos de comunicação (jornais, revistas, televisão, Internet), associadas a assuntos diversos do nosso dia-a-dia, como resultados de pesquisas de opinião, saúde e desenvolvimento humano, economia, esportes, cidadania, etc.

GRÁFICO DE BARRAS

Em um **gráfico de barras**, uma barra ilustra cada uma das categorias, cujo comprimento representa a quantidade, a frequência ou o percentual de valores que se posicionam em uma determinada categoria.



GRÁFICO DE SETOR (PIZZA)

O **gráfico de setor ou pizza** é um círculo dividido em fatias que representam as categorias. O tamanho de cada fatia varia de acordo com a categoria.



MÉDIA, MODA E MEDIANA

Média aritmética simples: é o valor que se obtém dividindo a soma total dos seus elementos pelo número de elementos do conjunto.

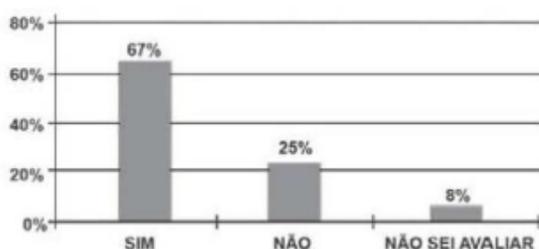
Média aritmética ponderada: é igual à soma dos produtos de cada valor pelo respectivo peso dividido pela soma dos pesos.

Moda: é o valor mais frequente em um conjunto de dados.

Mediana: depois de ordenados os valores em ordem crescente ou decrescente (em rol*), a mediana será: — o valor que se encontra no centro do grupo se a quantidade desses valores for ímpar. — a média aritmética entre os dois valores centrais se a quantidade desses valores for par.

EXERCÍCIOS

1 - (ENEM) Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam “NÃO” à enquete?

- A) Menos de 23.
- B) Mais de 23 e menos de 25.
- C) Mais de 50 e menos de 75.
- D) Mais de 100 e menos de 190.
- E) Mais de 200.

2 - (ENEM 2021) O quadro apresenta o número de terremotos de magnitude maior

ou igual a 7, na escala Richter, ocorridos em nosso planeta nos anos de 2000 a 2011.

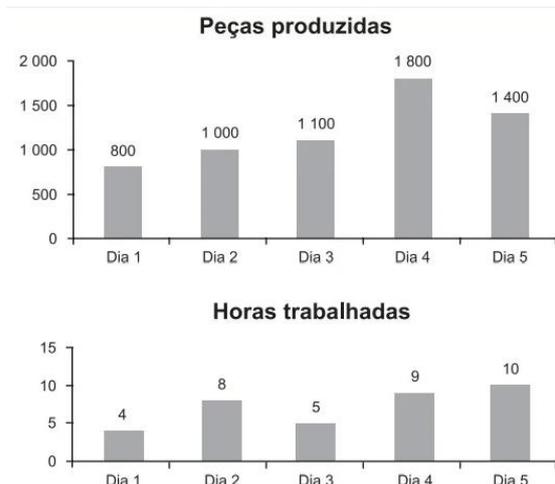
Ano	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Terremotos	15	16	13	15	16	11	11	18	12	17	24	20

Disponível em: <https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/browse/7-mag07.php>. Acesso em: 13 ago. 2012. (adaptado)

Um pesquisador acredita que a mediana representa bem o número anual típico de terremotos em um período. Segundo esse pesquisador, o número anual típico de terremotos de magnitude maior ou igual a 7 é

- A) 11. B) 15. C) 15,5. D) 15,7. E) 17,5.

3 - (Enem) Os gráficos representam a produção de peças em uma indústria e as horas trabalhadas dos funcionários no período de cinco dias. Em cada dia, o gerente de produção aplica uma metodologia diferente de trabalho. Seu objetivo é avaliar a metodologia mais eficiente para utilizá-la como modelo nos próximos períodos. Sabe-se que, neste caso, quanto maior for a razão entre o número de peças produzidas e o número de horas trabalhadas, maior será a eficiência da metodologia.



Em qual dia foi aplicada a

metodologia mais eficiente?

- A) 1. B) 2. C) 3. D) 4. E) 5

4 - (Enem) O quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a

coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols.

Se X, Y e Z são, respectivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então

Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

- A) $X = Y < Z$.
- B) $Z < X = Y$.
- C) $Y < Z < X$.
- D) $Z < X < Y$.
- E) $Z < Y < X$.

5 – (Enem) Os alunos de uma turma escolar foram divididos em dois grupos. Um grupo jogaria basquete, enquanto o outro jogaria futebol. Sabe-se que o grupo de basquete é formado pelos alunos mais altos da classe e tem uma pessoa a mais do que o grupo de futebol. A tabela seguinte apresenta informações sobre as alturas dos alunos da turma.

Os alunos P, J, F e M medem, respectivamente, 1,65 m, 1,66 m, 1,67 m e 1,68 m, e as suas alturas não são iguais a de nenhum outro colega da sala. Segundo essas informações, argumenta-se que os alunos P, J, F e M jogaram, respectivamente

- A) basquete, basquete, basquete, basquete.
- B) futebol, basquete, basquete, basquete.
- C) futebol, futebol, basquete, basquete.
- D) futebol, futebol, futebol, basquete.
- E) futebol, futebol, futebol, futebol

FUNÇÃO AFIM E QUADRÁTICA

FUNÇÃO AFIM

➤ Uma **função polinomial de 1º grau** tem a forma e $f(x) = ax + b$ e $a \neq 0$. Conceitualmente, a função de 1º grau

aparece em situações onde há uma parte fixa e uma parte que varia de maneira diretamente proporcional à outra grandeza.

➤ O coeficiente da variável na função (A) é chamado de **coeficiente angular**; já o termo independente na função (B) é chamado de **coeficiente linear**.

➤ Quando, a função é chamada de **função linear**. $b = 0$

➤ É importante perceber que o valor do termo independente (B) da função é o ponto em que o gráfico da mesma corta o **eixo y**.

➤ Percebe-se também que quando o coeficiente angular a é maior que zero ($a > 0$), a função é **crescente** e, quando a é menor que zero ($a < 0$), a função é **decrecente**.

FUNÇÃO QUADRÁTICA

➤ Chamamos de **função polinomial do segundo grau** ou função quadrática, toda a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por uma lei de forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são constantes reais e $a \neq 0$.

➤ Uma equação em que os três

Média	Mediana	Moda
1,65	1,67	1,70

coeficientes sejam diferentes de zero é chamada de equação completa e são resolvidas através de uma expressão que ficou conhecida como Fórmula de quadrática, em que as raízes (x' e x'') são calculadas em função dos coeficientes da equação. Inicialmente devemos calcular o discriminante da equação, mais conhecido como delta (Δ).

➤ O valor do discriminante (delta) determina características das raízes da equação, caso existam:

$\Delta > 0$: Duas raízes (zeros) reais distintas.

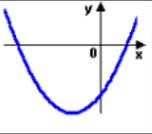
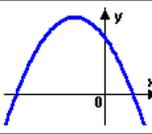
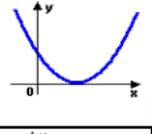
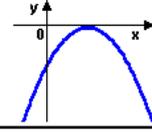
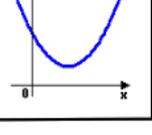
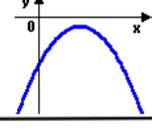
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$\Delta = 0$: Duas raízes (zeros) reais iguais (raiz dupla).

$\Delta < 0$: Não possui raízes (zeros) reais.

➤ O gráfico

delta Δ	a parábola no plano cartesiano	$a > 0$ concavidade para cima	$a < 0$ concavidade para baixo
$\Delta > 0$	corta o eixo horizontal em dois pontos		
$\Delta = 0$	toca em um ponto o eixo horizontal		
$\Delta < 0$	não corta o eixo horizontal		

➤ Toda parábola $f(x) = ax^2 + bx + c$ possui um ponto, chamado de vértice que é o ponto em que a função assume seu valor máximo (caso a parábola possua a concavidade voltada para baixo) ou seu valor mínimo (caso a concavidade seja voltada para cima). As coordenadas do vértice V da parábola são:

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

e

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

EXERCÍCIOS

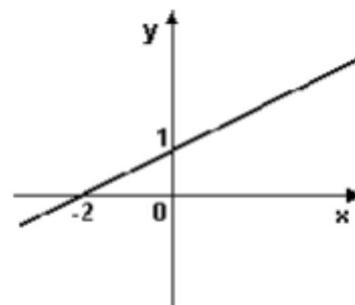
1 – (ENEM) Uma pequena fábrica vende seus bonés em pacotes com quantidades de unidades variáveis. O lucro obtido é dado pela expressão $L(x) = -x^2 + 12x - 20$, onde x representa a quantidade de bonés contidos no pacote. A empresa pretende fazer um único tipo de empacotamento, obtendo um lucro máximo. Para obter o lucro máximo

nas vendas, os pacotes devem conter uma quantidade de bonés igual a
A)4. B)6. C)9. D)10. E)14.

2 – (ENEM) Em fevereiro, o governo da Cidade do México, metrópole com uma das maiores frotas de automóveis do mundo, passou a oferecer à população bicicletas como opção de transporte. Por uma anuidade de 24 dólares, os usuários têm direito a 30 minutos de uso livre por dia. O ciclista pode retirar em uma estação e devolver em qualquer outra e, se quiser estender a pedalada, paga 3 dólares por hora extra. (Revista Exame. 21 abr. 2010.) A expressão que relaciona o valor f pago pela utilização da bicicleta por um ano, quando se utilizam x horas extras nesse período é:

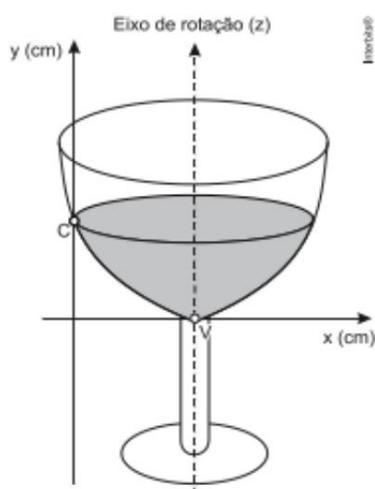
A) $f(x) = 3x$ B) $f(x) = 24$ C) $f(x) = 27$ D) $f(x) = 3x + 24$ E) $f(x) = 24x + 3$

3 - O gráfico da função $f(x) = ax + b$ está representado na figura. O valor de $a + b$ é:



A) -1 B) 2/5 C) 3/2 D) 2 E) -2

4 - A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z, conforme mostra a figura.



A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$, onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V , na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x . Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é

A) 1. B) 2. C) 4. D) 5. E) 6.

GEOMETRIA PLANA

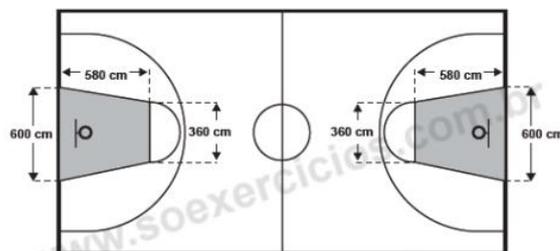
FIGURAS PLANAS

<p>Quadrado</p> <p>$A = l^2$</p>	<p>Trapézio</p> <p>$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$</p>	<p>Retângulo</p> <p>$A = b \cdot h$</p>	<p>Triângulo Equilátero</p> <p>$A = \frac{L^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$</p>
<p>Triângulo Qualquer</p> <p>$A = \frac{b \cdot h}{2}$</p>	<p>Paralelogramo</p> <p>$A = b \cdot h$</p>	<p>Losângulo</p> <p>$A = \frac{D \cdot d}{2}$</p>	<p>Círculo</p> <p>$A = \pi \cdot r^2$</p>

EXERCÍCIOS

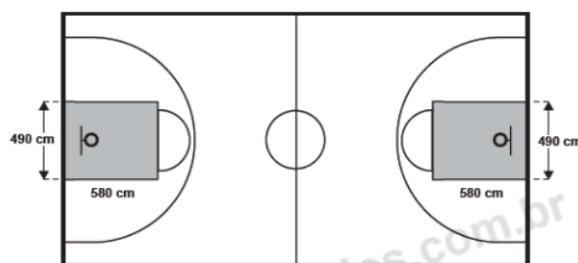
1 - (ENEM 2015) O Esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas.

Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista



Esquema I: área restritiva antes de 2010

uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.



Esquema II: área restritiva a partir de 2010

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a)

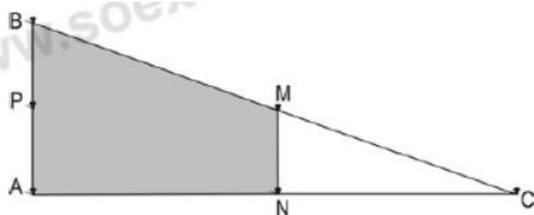
- A) aumento de $5\,800\text{ cm}^2$.
 B) aumento de $75\,400\text{ cm}^2$.
 C) aumento de $214\,600\text{ cm}^2$.
 D) diminuição de $63\,800\text{ cm}^2$.
 E) diminuição de $272\,600\text{ cm}^2$.

2 - (ENEM 2016) Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na Figura B), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura A) cujo comprimento seja 7 m maior do que a largura.

Para satisfazer o filho mais novo, esse senhor precisa encontrar um terreno retangular cujas medidas, em metro, do comprimento e da largura sejam iguais, respectivamente, a

- A) 75 e 14,5
- B) 9,06 e 16,0.
- C) 9,36 e 16,3
- D) 10,0 e 17,0.
- E) 13,5 e 20,5.

3 - (ENEM 2010) Em canteiros de obras de construção civil é comum perceber trabalhadores realizando medidas de comprimento e de ângulos e fazendo demarcações por onde a obra deve começar ou se erguer. Em um desses canteiros foram feitas algumas marcas no chão plano. Foi possível perceber que, das seis estacas colocadas, três eram vértices de um triângulo retângulo e as outras três eram os pontos médios dos lados desse triângulo, conforme pode ser visto na figura, em que as estacas foram indicadas por letras.

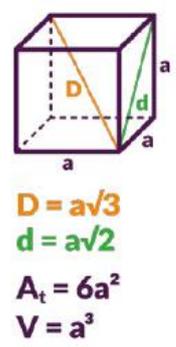
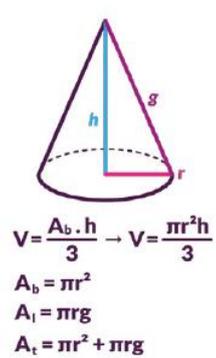
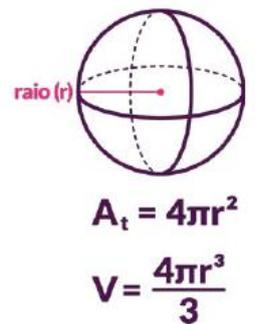
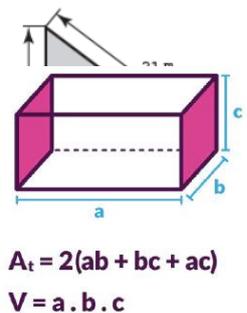
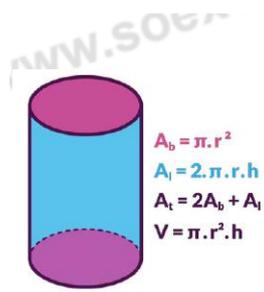


A região demarcada pelas estacas A, B, M e N deveria ser calçada com concreto. Nessas condições, a área a ser calçada corresponde

- A) a mesma área do triângulo AMC.
- B) à mesma área do triângulo BNC.
- C) à metade da área formada pelo triângulo ABC.
- D) ao dobro da área do triângulo MNC.
- E) ao triplo da área do triângulo MNC.

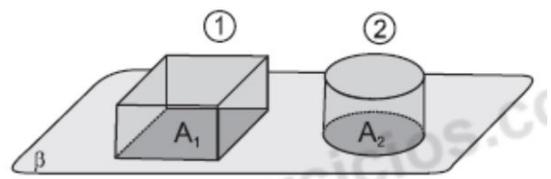
GEOMETRIA ESPACIAL

FIGURAS ESPACIAIS



EXERCÍCIOS

1 - (ENEM) Em uma padaria, há dois tipos de forma de bolo, formas 1 e 2, como mostra



a figura abaixo.

Sejam L o lado da base da forma quadrada, r o raio da base da forma redonda, A₁ e A₂

as áreas das bases das formas 1 e 2, e V_1 e V_2 os seus volumes, respectivamente. Se as formas têm a mesma altura h , para que elas comportem a mesma quantidade de massa de bolo, qual é a relação entre r e L ?

- A) $L = r$. B) $L = 2r$. C) $L = \pi r$. D) $L = r\sqrt{\pi}$.
E) $L = \frac{\pi r^2}{2}$.

2 - (Enem) Um grupo de países criou uma instituição responsável por organizar o Programa Internacional de Nivelamento de Estudos (PINE) com o objetivo de melhorar os índices mundiais de educação. Em sua sede foi construída uma escultura suspensa, com a logomarca oficial do programa, em três dimensões, que é formada por suas iniciais, conforme mostrada na figura.

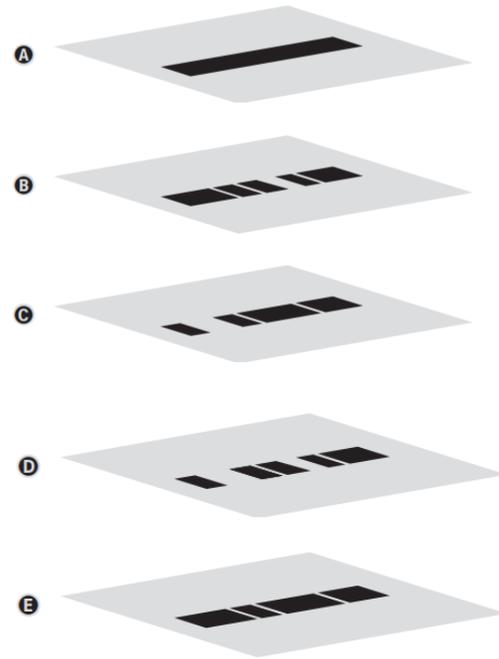
PINE

Essa escultura está suspensa por cabos de aço, de maneira que o espaçamento entre letras adjacentes é o mesmo, todas têm igual espessura e ficam dispostas em posição ortogonal ao solo, como ilustrado a seguir.



Ao meio-dia, com o sol a pino, as letras que formam essa escultura projetam ortogonalmente suas sombras sobre o solo. A sombra projetada no solo é

3 - (ENEM) No período de fim de ano, o síndico de um condomínio resolveu colocar, em um poste, uma iluminação natalina em formato de cone, lembrando uma árvore de Natal, conforme as figuras 1 e 2.



A árvore deverá ser feita



Figura 1

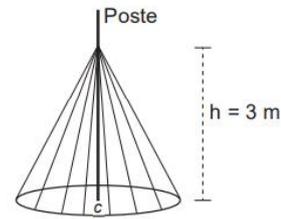


Figura 2

colocando-se mangueiras de iluminação, consideradas segmentos de reta de mesmo comprimento, a partir de um ponto situado a 3 m de altura no poste até um ponto de uma circunferência de fixação, no chão, de tal forma que esta fique dividida em 20 arcos iguais. O poste está fixado no ponto C (centro da circunferência) perpendicularmente ao plano do chão. Para economizar, ele utilizará mangueiras de iluminação aproveitadas de anos anteriores, que juntas totalizaram pouco mais de 100 m de comprimento, dos quais ele decide usar exatamente 100 m e deixar o restante como reserva. Para que ele atinja seu objetivo, o raio, em metro, da circunferência deverá ser de

A) 4,00. B) 4,87. C) 5,00. D) 5,83. E) 6,26.

4 - (ENEM) A siderúrgica “Metal Nobre” produz diversos objetos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralelepípedo retangular, de acordo com as dimensões indicadas na figura que segue. O produto das três dimensões indicadas na peça resultaria na medida da grandeza:



- A) massa
- B) volume
- C) superfície
- D) capacidade
- E) comprimento

ANÁLISE COMBINATÓRIA

PERMUTAÇÃO

Dado um conjunto de n elementos, chama-se **permutação simples** dos n elementos qualquer sequência (agrupamento ordenado) desses n elementos, diferindo apenas pela ordem dos elementos.

$$P_n = n!$$

$$P_n^{(\alpha, \beta, \dots, \gamma)} = \frac{n!}{\alpha! \beta! \dots \gamma!}$$

ARRANJO

Arranjos são agrupamentos em que se considera a ordem dos elementos, isto é, qualquer mudança na ordem dos elementos altera o agrupamento.

$$A_{np} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

COMBINAÇÃO

Combinações são agrupamentos em que não se considera a ordem dos elementos, isto é, mudanças na ordem dos elementos não alteram o agrupamento.

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

EXERCÍCIOS

1 - Um grupo de 8 enfermeiros contratados por um hospital deve ser distribuídos de modo que 3 fiquem no setor de pronto-socorro, 3 no setor cirúrgico e os demais na ala pediátrica. O número de maneiras distintas de se fazer tal distribuição é igual a

- A) 66
- B) 182
- C) 320
- D) 560
- E) 718

2 - Um rapaz criou uma senha para seu computador, tomando sua data de nascimento, 22/12/1998, e embaralhando-se, ao acaso, seus dígitos, sem as barras. Desse modo, o número de possibilidades distintas de senha que ele pode ter obtido é igual a

- A) 1680
- B) 2440
- C) 3260
- D) 4150

E) 5610

3 - (ENEM) Nos livros Harry Potter, um anagrama do nome do personagem “TOM MARVOLO RIDDLE” gerou a frase “I AM LORD VOLDEMORT”. Suponha que Harry quisesse formar todos os anagramas da frase “I AM POTTER”, de tal forma que as vogais e consoantes aparecessem sempre intercaladas, e sem considerar o espaçamento entre as letras. Nessas condições, o número de anagramas formados é dado por

A) 9!

B) 4! 5!

C) $2 \times 4! 5!$

D) $9! / 2$

E) $(4! 5!) / 2$

4 - (ENEM) Uma pessoa produzirá uma fantasia utilizando como materiais: 2 tipos de tecidos diferentes e 5 tipos distintos de pedras ornamentais. Essa pessoa tem à sua disposição 6 tecidos diferentes e 15 pedras ornamentais distintas.

A quantidade de fantasias com materiais diferentes que podem ser produzidas é representada pela expressão

A) $\frac{6!}{4!2!} \cdot \frac{15!}{10!5!}$

B) $\frac{6!}{4!2!} + \frac{15!}{10!5!}$

C) $\frac{6!}{2!} + \frac{15!}{5!}$

D) $\frac{6!}{2!} \cdot \frac{15!}{5!}$

E) $\frac{21!}{7!14!}$

PROBABILIDADE

Há certos fenômenos (ou experimentos) que, embora sejam repetidos muitas vezes e sob condições idênticas, não apresentam os mesmos resultados. Por exemplo, no

lançamento de uma moeda perfeita, o resultado é imprevisível; não se pode determiná-lo antes de ser realizado. Não sabemos se sairá cara ou coroa. Aos fenômenos desse tipo damos o nome de fenômenos aleatórios ou casuais.

A probabilidade de um evento A, denotada por $P(A)$, é um número de 0 a 1 que indica a chance de ocorrência do evento A. Quanto mais próxima de 1 é $P(A)$, maior é a chance de ocorrência do evento A, e quanto mais próxima de zero, menor é a chance de ocorrência do evento A. A um evento impossível atribui-se probabilidade zero, enquanto que um evento certo tem probabilidade 1.

EXERCÍCIOS

1 - (ENEM PPL 2019) Uma empresa sorteia prêmios entre os funcionários como reconhecimento pelo tempo trabalhado. A tabela mostra a distribuição de frequência de 20 empregados dessa empresa que têm de 25 a 35 anos trabalhados. A empresa sorteou, entre esses empregados, uma

$$P(A) = \frac{\text{QUERO}}{\text{TENHO}} = \frac{n(A)}{n(E)}$$

viagem de uma semana, sendo dois deles

Tempo de serviço	Número de empregados
25	4
27	1
29	2
30	2
32	3
34	5
35	3

escolhidos aleatoriamente.

Qual a probabilidade de que ambos os sorteados tenham 34 anos de trabalho?

A) 1/20. B) 1/19. C) 1/16. D) 2/20. E) 5/20

2 - Numa cidade com 60.000 domicílios, 35.000 deles têm acesso à internet, 25.000 têm assinatura de TV a cabo, e um terço do número de domicílios não tem acesso a nenhum dos dois recursos. Qual é a

probabilidade de um domicílio da cidade, escolhido ao acaso, ter acesso à internet e não ter assinatura de TV a cabo?

A) 1/4 B) 1/12 C) 7/12 D) 3/8 E) 7/8

3 - (ENEM) Em uma central de atendimento, com pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso. Qual a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20?

A.1/100 B.19/100 C.20/100 D.21/100
E.80/100

SOHCAHTOA

$$SEN(\alpha) = \frac{O}{H}$$

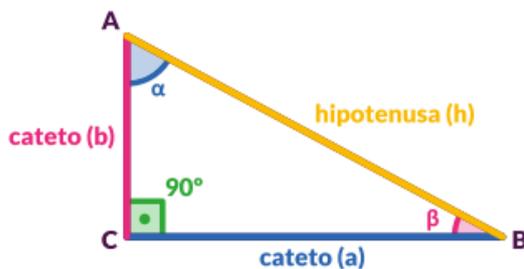
$$COS(\alpha) = \frac{A}{H}$$

$$TANG(\alpha) = \frac{O}{A}$$

α	30°	45°	60°
$\text{sen } \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\text{cos } \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\text{tg } \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

TRIGONOMETRIA

Triângulo retângulo é todo aquele em que a medida de um de seus ângulos internos é igual 90° (ângulo reto). No triângulo retângulo ABC, o ângulo C é reto, o lado oposto ao ângulo reto (h) é chamado de hipotenusa, e os outros dois lados (a e b) são chamados de catetos.

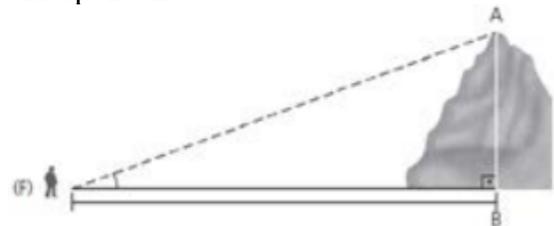


$$a^2 + b^2 = h^2$$

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

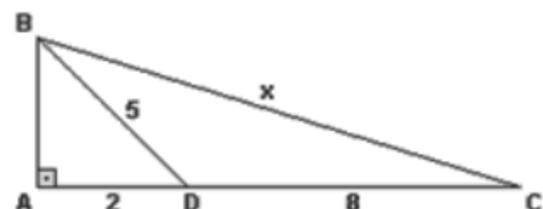
EXERCÍCIOS

1 - Na figura a seguir, um fazendeiro F dista 600 m da base da montanha (ponto B). A medida do ângulo AFB é igual a 30° . Ao calcular a altura da montanha, em metros, o fazendeiro encontrou a medida correspondente a:



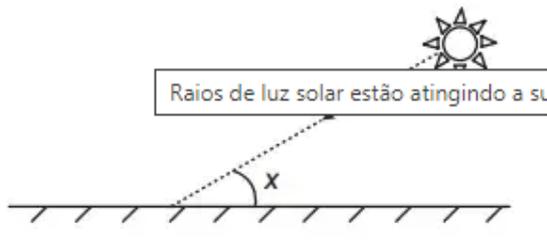
A) $200\sqrt{3}$ B) $100\sqrt{2}$ C) $150\sqrt{3}$ D) $250\sqrt{2}$

2 - Na figura, o triângulo ABC é retângulo em A. Sabendo-se que $AD = 2$, $CD = 8$ e $BD = 5$, a medida do lado BC é



A) 11. B) 12. C) 13. D) 14

3 - (Enem 2017) Raios de luz solar estão atingindo a superfície de um lago formando um ângulo X com a sua superfície, conforme indica a figura.



Em determinadas condições, pode-se supor que a intensidade luminosa desses raios, na superfície do lago, seja dada aproximadamente por $I(x) = k \cdot \text{sen}(x)$

Sendo k uma constante, e supondo-se que X

está entre 0° e 90° .

Quando $x = 30^\circ$, a intensidade luminosa se reduz a qual percentual de seu valor máximo?

- A) 33%
- B) 50%
- C) 57%
- D) 70%
- E) 86%